

**Рабочая программа учебного предмета  
«Практикум решения задач повышенной сложности по математике»**

**1. Планируемые результаты освоения учебного предмета**

**Планируемые личностные результаты освоения ООП**

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:**

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:**

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;

- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);

- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:**

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

**Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:**

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;

- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

**Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:**

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,

- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

– готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

### **Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:**

– физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

### **Планируемые метапредметные результаты освоения ООП**

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

#### **1. Регулятивные универсальные учебные действия**

– самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

– оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;

– ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

– оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

– выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

– организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

– сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

#### **2. Познавательные универсальные учебные действия**

– искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

– критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

– использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

– находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;

– выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

– выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

– менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

#### **3. Коммуникативные универсальные учебные действия**

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

## **Предметные результаты**

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать<sup>1</sup> понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов

Числа и выражения

- Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической

---

<sup>1</sup> Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа  $e$  и  $\pi$ ;

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира

Уравнения и неравенства

- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;
- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;

– уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи

#### Функции

– Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;

– оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

– строить графики изученных функций;

– описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

– решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);

– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

#### Элементы математического анализа

– Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

– вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;

– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;

– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;

– интерпретировать полученные результаты

## Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

- Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать подходящие методы представления и обработки данных;
- уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях

Текстовые задачи

- Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;
- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов

Геометрия

- Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний

**Векторы и координаты в пространстве**

- Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;
- находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса

**История математики**

- Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России

**Методы математики**

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач

## **2. Содержание программы**

### **10 класс**

#### **Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.**

Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.

#### **2. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств**



Формулы тригонометрии. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы их решения. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения, рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях. Тригонометрические уравнения. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств. Тригонометрия в контрольно-измерительных материалах.

### **3. Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.**

Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.

### **4. Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.**

Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.

## **11 класс**

### **1. Общие методы решения алгебраических уравнений.**

Замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$  на уравнение  $f(x)=g(x)$ . Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.

### **2. Уравнения и неравенства, содержащие модуль.**

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной.

### **3. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства.**

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах.

### **4. Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.**

Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа

### **5. Методы решения задач с параметром.**

Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.

### **6. Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения.**

Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма. Логарифмические неравенства с переменным основанием. Комбинированные неравенства. Нестандартные уравнения и неравенства с параметром. Исследование систем уравнений с параметром.

### 3. Тематическое планирование

№	Тема	Кол-во часов	Содержание
<b>10 класс</b>			
1	Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.	9	Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.
2	Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.	8	Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.
3	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств	9	Формулы тригонометрии. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы их решения. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения, рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях. Тригонометрические уравнения в задачах. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств. Тригонометрия в контрольно-измерительных материалах.
4	Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.	3	Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
5	Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ	2	Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
6	Решение комбинированных уравнений и их систем.	2	
7	Семинар «Методы решения задач повышенного	1	

	уровня сложности»		
<b>11 класс</b>			
1	Общие методы решения алгебраических уравнений.	4	Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на уравнение $f(x)=g(x)$ . Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.
2	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную под знаком абсолютной величины.	5	Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной.
3	Логарифмические и показательные уравнения и неравенства повышенной сложности.	5	Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах
4	Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.	9	Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа
5	Методы решения задач с параметром	6	Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
6	Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения.	4	Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма. Логарифмические неравенства с переменным основанием. Комбинированные неравенства. Нестандартные уравнения и неравенства с параметром. Исследование систем уравнений с параметром.
7	Семинар «Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения»	1	

